

**ПРОВІРКА АДЕКВАТНОСТІ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ
РОЗШАРУВАННЯ ТА ОСАДЖЕННЯ ГІДРОСУМІШІ**

Розглянуто розрахунок течії пульпи в останній зоні струменя та на початковому етапі формування тіла розсипу в рамках класичної теорії взаємопроникаючих середовищ, в якій взаємодія частинок одна з одною відбувається в результаті гідродинамічного впливу, за відсутності фізико-хімічних особливостей, пов'язаних з поверхневими явищами

**CHEK OF ADEQUACY OF MATHEMATICAL MODEL
OF STRATIFICATION AND BESIEGING OF SLURRY**

The calculation of flow of mash is considered in the last area of stream and on the initial stage of forming of body of mineral deposit within the framework of classic theory of interpenetrative environments, in which co-operation of particles one of takes a place as a result of hydrodynamic influence, in default of physical and chemical features, related to the superficial phenomena

При визначенні гідравлічних властивостей гідросумішей важливими характеристиками є геометричні розміри і концентрації частинок, що транспортуються. Ці параметри входять в класифікації основних типів гідросумішей. Однією з характеристик гідросуміші є її стабільність або нестабільність, яка робить істотний вплив на транспортування твердого матеріалу. Вона полягає в здатності гідросуміші розшаровуватися на окремі шари, що характеризуються певними геометричними розмірами частинок, щільністю і концентрацією. Властивість суміші розшаровуватися залежить від різних сил, які діють між частинками. За відсутності фізико-хімічних особливостей, пов'язаних з поверхневими явищами, це завдання можна розглядати в рамках класичної теорії взаємопроникаючих середовищ, в якій взаємодія частинок одна з одною відбувається в результаті гідродинамічного впливу [1, 2].

Постановка завдання. Прийmemo, що в шарі рідини знаходяться частинки, що належать двом класам 1 і 2. Відповідно цьому вони мають радіуси R_1 і R_2 , щільність ρ_1 і ρ_2 і об'ємні долі α_1 і α_2 . Випишемо систему основних рівнянь механіки багатofазних середовищ, для простоти приймаючи рух одновимірним. У систему входять наступні рівняння [3]:

рівняння збереження кількості частинок 1-го класу:

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + \frac{\partial(n_1 u_1)}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

рівняння збереження кількості частинок 2-го класу:

$$\frac{\partial n_2}{\partial t} + \frac{\partial(n_2 u_2)}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

рівняння збереження маси рідини:

$$\frac{\partial \alpha_g \rho_g}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_g \rho_g u_g)}{\partial x} = 0, \quad (3)$$

рівняння збереження маси частинок 1-го класу:

$$\frac{\partial \alpha_1 \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha_1 \rho_1 u_1)}{\partial x} = 0, \quad (4)$$

рівняння збереження маси частинок 2-го класу:

$$\frac{\partial \alpha_2 \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha_2 \rho_2 u_2)}{\partial x} = 0, \quad (5)$$

рівняння руху частинок 1-го класу:

$$\alpha_1 \rho_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) = -\alpha_1 \frac{\partial p}{\partial x} + \alpha_1 n_1 f_1^* + \alpha_1 \rho_1 g, \quad (6)$$

рівняння руху частинок 2-го класу:

$$\alpha_2 \rho_2 \left(\frac{\partial u_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} \right) = -\alpha_2 \frac{\partial p}{\partial x} + \alpha_2 n_2 f_2^* + \alpha_2 \rho_2 g, \quad (7)$$

рівняння руху рідини:

$$\alpha_g \rho_g \left(\frac{\partial u_g}{\partial t} + u_g \frac{\partial u_g}{\partial x} \right) = -\alpha_g \frac{\partial p}{\partial x} - \alpha_1 n_1 f_1^* - \alpha_2 n_2 f_2^* + \alpha_1 \rho_1 g. \quad (8)$$

Тут n_j - концентрація частинок j класу; α_g, α_j - об'ємні долі рідини і частинок; ρ_g, ρ_j - щільність рідини і матеріалів частинок; u_g, u_j - швидкості рідини і частинок; p - тиск в рідині;

$$\begin{aligned} f_j^* &= f_j^m + f_j^\mu; \\ f_j^m &= \frac{2\pi R_j^3}{3} \rho_g \left(\frac{du_g}{dt} - \frac{du_j}{dt} \right); \\ f_j^\mu &= c_j^\mu \pi R_j^2 \frac{\rho_g |u_g - u_j| (u_g - u_j)}{2}; \end{aligned} \quad (9)$$

c_j^μ - коефіцієнт опору частинки.

Уявимо тепер, що шар пульпи приходить в рух таким чином (рис.1). У разі проникного для рідини дна вода починає витікати, і шар пульпи знижується, при цьому частинки також приходять в рух і, унаслідок різних опорів частинок, відбувається розшаровування, тобто частинки однієї групи набувають більших значень швидкості щодо іншої.

На непроникному для частинок дні вони зупиняються, і виникає зростаючий вгору шар відсадженого матеріалу, крізь який фільтрується вода. У разі непроникного і для рідини дна, вода приходить в рух в результаті перерозподілу частинок. Таким чином, як показано на рис. 1, вся область руху може бути представлена у вигляді чотирьох зон: I – область рідини без частинок, II - область рідини з частинками першого класу; III – пульпа, IV – шар нерухомих частинок. Для розрахунку таких течій необхідно інтегрувати виписані рівняння, проте для фізичного представлення процесу і попередніх оцінок буде корисний наступний аналіз. Уявимо, що осадження йде квазірівноважно. Для цього необхідно, щоб зміни параметрів за часом були невеликими. Для непроникного дна таке уявлення цілком реально, оскільки швидкості рідини в цьому випадку незначні, при цьому в межах кожної даної області, швидкості можна приймати постійними, тобто не залежними від подовжньої координати. Така схема течії, поза

сумнівом, є досить наближеною, але вона дає чітке уявлення про процес розширення. Таким чином, відкидаючи всі похідні за часом і по подовжній координаті, приходимо до простих рівнянь вигляду:

$$0 = -\alpha_1 \frac{\partial p}{\partial x} + \alpha_1 n_1 f_1'' + \alpha_1 \rho_1 g , \quad (10)$$

$$0 = -\alpha_2 \frac{\partial p}{\partial x} + \alpha_2 n_2 f_2'' + \alpha_2 \rho_2 g , \quad (11)$$

$$0 = -\alpha_g \frac{\partial p}{\partial x} - \alpha_1 n_1 f_1'' - \alpha_2 n_2 f_2'' + \alpha_1 \rho_1 g . \quad (12)$$

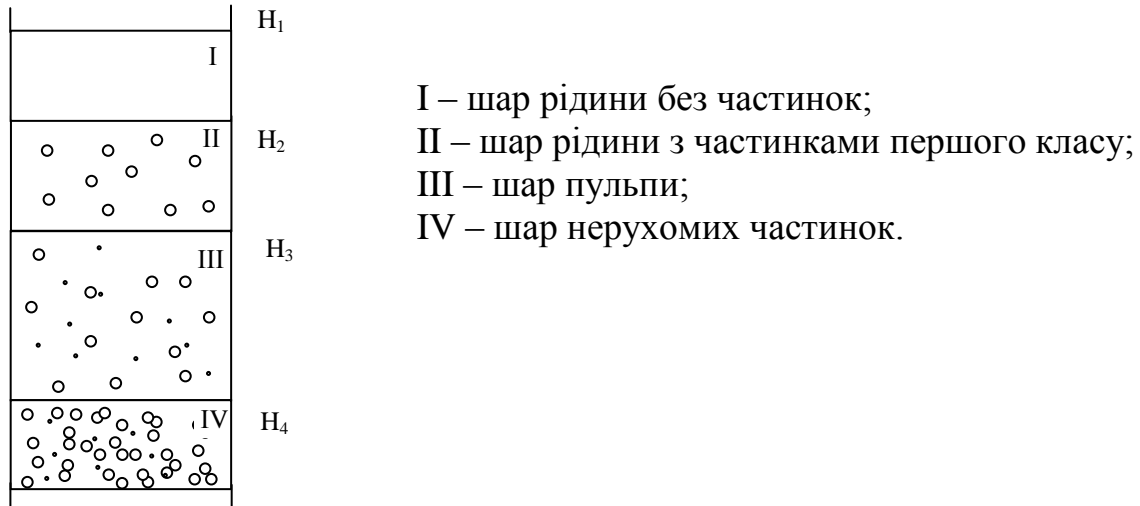


Рис. 1 Схема течії пульпи в останній зоні струменя та на початковому етапі формування тіла розсипу

Перепишемо цю систему рівнянь відповідно до схеми, ввівши відповідні індекси:

в області I ($\alpha_g^I = 1$)

$$\frac{\partial p^I}{\partial x} = \rho_g g ; \quad (13)$$

в області II ($\alpha_1^{II} + \alpha_g^{II} = 1$)

$$\alpha_1^{II} \frac{\partial p^{II}}{\partial x} = \alpha_1^{II} n_1^{II} f_1^{II} + \alpha_1^{II} \rho_1 g , \quad (14)$$

$$\alpha_g^{II} \frac{\partial p^{II}}{\partial x} = -\alpha_1^{II} n_1^{II} f_1^{II} + \alpha_g^{II} \rho_g g ; \quad (15)$$

в області III ($\alpha_1^{III} + \alpha_2^{III} + \alpha_g^{III} = 1$)

$$\alpha_1^{III} \frac{\partial p^{III}}{\partial x} = \alpha_1^{III} n_1^{III} f_1^{III} + \alpha_1^{III} \rho_1 g , \quad (16)$$

$$\alpha_2^{III} \frac{\partial p^{III}}{\partial x} = \alpha_2^{III} n_2^{III} f_2^{III} + \alpha_2^{III} \rho_2 g , \quad (17)$$

$$\alpha_g^{III} \frac{\partial p^{III}}{\partial x} = -\alpha_1^{III} n_1^{III} f_1^{III} - \alpha_2^{III} n_2^{III} f_2^{III} + \alpha_g^{III} \rho_g g . \quad (18)$$

Складаючи рівняння для тиску у відповідних областях, матимемо:
в області II:

$$\frac{\partial p''}{\partial x} = (\alpha_1'' \rho_1 + \alpha_g'' \rho_g)g, \quad (19)$$

в області III:

$$\frac{\partial p'''}{\partial x} = (\alpha_1''' \rho_1 + \alpha_2''' \rho_2 + \alpha_g''' \rho_g)g \quad (20)$$

Підставляючи ці вирази в (14), (16), (17) і враховуючи останнє рівняння (9), яке необхідно також представляти для кожної області, отримаємо залежності швидкостей частинок від швидкості рідини в кожній зоні

$$u_1'' = u_g'' + Sc_1'', \quad Sc_1'' = \left(\frac{8 g R_1 \alpha_g'' (\rho_1 - \rho_g)}{3 c_1'' \rho_g} \right)^{1/2}, \quad (21)$$

$$u_1''' = u_g''' + Sc_1''', \quad Sc_1''' = \left(\frac{8 g R_1 \alpha_g''' (\rho_1 - \rho_g) + \alpha_2''' (\rho_1 - \rho_2)}{3 c_1''' \rho_g} \right)^{1/2}, \quad (22)$$

$$u_2''' = u_g''' + Sc_2''', \quad Sc_2''' = \left(\frac{8 g R_2 \alpha_g''' (\rho_2 - \rho_g) + \alpha_1''' (\rho_2 - \rho_1)}{3 c_2''' \rho_g} \right)^{1/2}. \quad (23)$$

У цих рівняннях, згідно [2]:

$$c_i^j = \frac{((1 - \alpha_g^j) - 0.08)C_{\mu_i}^j + (0.45 - (1 - \alpha_g^j))C_{f_i}^j}{0.37}, \quad 0.08 \leq (1 - \alpha_g^j) \leq 0.45$$

$$C_{\mu_i}^j = \frac{24}{Re_i^j} + \frac{4}{\sqrt{Re_i^j}} + 0.42, \quad (1 - \alpha_g^j) \leq 0.08 \quad (24)$$

$$C_{f_i}^j = \frac{4}{3\alpha_g^j} \left(1.75 + \frac{150(1 - \alpha_g^j)}{\alpha_g^j Re_i^j} \right) \frac{24}{Re_i^j} + \frac{4}{\sqrt{Re_i^j}} + 0.42, \quad (1 - \alpha_g^j) \geq 0.45;$$

де $C_{\mu_i}^j$ - коефіцієнт опору одиночної кульки i -го класу, в j -ом шарі; $C_{f_i}^j$ - коефіцієнт опору кульки i -го класу в щільному шарі; $Re_i^j = \frac{2R_i |u_g^j - u_i^j|}{\nu_g}$ - число

Рейнольдса частинки, ν_g - кінематичний коефіцієнт в'язкості.

З цих залежностей виходить, що визначення величини швидкості частинки u_i^j повинне проводитися ітераційно. У складеній програмі ітераційне обчислення швидкостей включене в загальний ітераційний процес, пов'язаний з визначенням невідомих величин. Проте, для складання замкнутої системи рівнянь необхідні додаткові умови. Представляючи течію у вигляді схеми, показаної на рис. 1, необхідно виписати умови збереження мас на межах областей, які і повинні замкнути завдання. Випишемо ці умови:

на межі H_2 :

$$u_1'' = U_{H_2},$$

$$\rho_g (U_{H_2} - u_g'') = \rho_g (U_{H_2} - u_g''); \quad (25)$$

на межі H_3 :

$$\begin{aligned}
u_2^{\text{III}} &= U_{H3}, \\
\rho_1(U_{H3} - u_1^{\text{II}}) &= \rho_1(U_{H3} - u_1^{\text{III}}), \\
\rho_g(U_{H3} - u_g^{\text{II}}) &= \rho_g(U_{H3} - u_g^{\text{III}});
\end{aligned} \tag{26}$$

на межі H_4 :

$$\begin{aligned}
\rho_1(U_{H4} - u_1^{\text{III}}) &= \rho_1(U_{H4} - u_1^{\text{IV}}), \\
\rho_2(U_{H4} - u_2^{\text{III}}) &= \rho_2(U_{H4} - u_2^{\text{IV}}), \\
\rho_g(U_{H4} - u_g^{\text{III}}) &= \rho_g(U_{H4} - u_g^{\text{IV}}).
\end{aligned} \tag{27}$$

Перші умови в (25), (26) (кінематичні) указують на те, що швидкість руху поверхні шару дорівнює швидкості частинок відповідного класу, останні описують рівність мас відповідних компонент на рухомих межах. Приймаючи, що швидкості частинок в осадженому шарі (IV) дорівнюють нулю, отримаємо

$$U_{H4} = -(\alpha_g^{\text{III}} - \alpha_g^{\text{IV}})^{-1} [\alpha_g^{\text{IV}} (\alpha_1^{\text{III}} + \alpha_2^{\text{III}}) u_g^{\text{IV}} + \alpha_g^{\text{III}} (\alpha_1^{\text{III}} S_{c1}^{\text{III}} + \alpha_2^{\text{III}} S_{c2}^{\text{III}})], \tag{28}$$

Використовуючи (22), (23) і співвідношення (27) матимемо в зоні III:

$$\begin{aligned}
u_1^{\text{III}} &= \alpha_g^{\text{IV}} u_g^{\text{IV}} + (1 - \alpha_1^{\text{III}}) S_{c1}^{\text{III}} - \alpha_2^{\text{III}} S_{c2}^{\text{III}}, \\
u_2^{\text{III}} &= \alpha_g^{\text{IV}} u_g^{\text{IV}} + (1 - \alpha_2^{\text{III}}) S_{c2}^{\text{III}} - \alpha_1^{\text{III}} S_{c1}^{\text{III}}, \\
u_g^{\text{III}} &= \alpha_g^{\text{IV}} u_g^{\text{IV}} - (\alpha_1^{\text{III}} S_{c1}^{\text{III}} + \alpha_2^{\text{III}} S_{c2}^{\text{III}}).
\end{aligned} \tag{29}$$

Продовжуючи далі визначати параметри в зоні II з використанням рівнянь (21) і (26), отримаємо:

$$\begin{aligned}
\alpha_1^{\text{II}} u_1^{\text{II}} &= \alpha_1^{\text{II}} \alpha_g^{\text{IV}} u_g^{\text{IV}} + \alpha_1^{\text{III}} (1 - \alpha_1^{\text{II}}) S_{c1}^{\text{III}} + [\alpha_1^{\text{II}} (1 - \alpha_2^{\text{III}}) - \alpha_1^{\text{III}}] S_{c2}^{\text{III}}, \\
\alpha_g^{\text{II}} u_g^{\text{II}} &= \alpha_g^{\text{II}} \alpha_g^{\text{IV}} u_g^{\text{IV}} - \alpha_g^{\text{II}} \alpha_1^{\text{III}} S_{c1}^{\text{III}} + [\alpha_g^{\text{II}} (1 - \alpha_2^{\text{III}}) - \alpha_g^{\text{III}}] S_{c2}^{\text{III}}.
\end{aligned} \tag{30}$$

Нарешті для чистої рідини в області I матимемо

$$u_g^{\text{I}} = \alpha_g^{\text{IV}} u_g^{\text{IV}}. \tag{31}$$

Вираз (31) є рівнянням збереження маси рідини; з нього виходить природна умова, що при $u_g^{\text{IV}} = 0$ $u_g^{\text{I}} = U_{H1} = 0$, тобто у відсутності протікання рідини через дно всього шару поверхня рідини залишається нерухомою, що є наслідком збереження об'ємів всіх компонентів, що беруть участь в процесі осадження. За відомі величини вважатимемо параметри пульпи: радіуси, густина частинок і об'ємні долі фаз, тобто, α_2^{III} і α_g^{III} . Для обчислення об'ємної частки фази I і її швидкості в області II є рівняння (21) і перше рівняння (30), які повинні обчислюватися ітераційно. Величина α_g^{IV} - характеризує порожнистість щільного шару. Для нерегулярних засипок гладких куль однакового діаметру вона дорівнює 0.4 [4]. Для полідисперсного матеріалу обчислення її пов'язане з координатними числами, які визначають число контактів частинок. У кожному конкретному випадку необхідні експериментальні значення [5,6]. У нашому випадку, скористаємося тим, що радіуси менших частинок майже на порядок менше великих. Враховуючи наявне співвідношення матеріалів, отримаємо, що, відповідно $\alpha_g^{\text{IV}} = 0.375$. Таким чином, завдання повністю замикається. Питання про те, які частинки відносяться до першого, а які до другого класу визначається в процесі рішення.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Булат А.Ф., Сокил А.М. Нестационарное движение гидросмеси при сгущении в технологическом оборудовании // Сб. науч. тр. «Геотехническая механика». - Днепропетровск: ИГТМ НАНУ. 2000. - Вып. № 22. - С. 3 - 7.
2. Пилов П.И. Распределение частиц твердой фазы в турбулентном потоке жидкости при выделении осадка // Науковий вісник НГА України. – 1998. - №1. – С.74-77.
3. Виноградов Б.В., Сокил А. М., Шурыгин В.Д. Факторы, влияющие на производительность и режим работы гидротранспортной системы // Наук. – техн. зб. "Гірничя електромеханіка та автомеханіка". - Днепропетровск: НГАУ.- 1999.-Вып. №3(62). - С.124-131.
4. Криль С.И., Пономарев Б. В. Напорные взвесенесущие потоки. – К.: Наукова думка, 1990. – 170 с.
5. Потураев В.Н., Мельничук В.Д., Блюсс Б.А. Двухслойное неравно-мерное течение жидкости различной плотности в наклонном канале // Геотехническая механика. – Днепропетровск, 1997. – Вып № 2. – С.64 – 67.
6. Блюсс Б. А., Сокил А. М., Гоман О.Г. Проблемы гравитационного обогащения титано-цирконовых песков.-Днепропетровск: Полиграфист, 1999.- 190с.

УДК 551.243:622.023

О.А. Карамушка, мл. науч. сотр. (ИГТМ НАН Украины)

ВЫДЕЛЕНИЕ ПОДЗОН В НАРУШЕНИЯХ УГОЛЬНЫХ ПЛАСТОВ

Наведено методику визначення підзон у порушеннях вугільних пластів, у яких виникає основна частина газодинамічних явищ

DETERMINATION OF ZONULES IN DISLOCATIONS OF COAL LAYERS

The method of determination of zonules in dislocations of coal layers is presented, where there is basic part of the gas dynamic phenomena

Добыча угля на Украине связана с переходом на большие глубины и разработкой месторождений, характеризующихся сложными горно-геологическими условиями, что сопровождается возникновением ряда газодинамических и динамических явлений. Исследование причин и условий, влияющих на их формирование, является проблемой актуальной как в научном так и прикладном значении.

Многочисленные исследования условий выбросоопасности угольных пластов позволяют сделать вывод о том, что одним из наиболее важных факторов, влияющих на возникновение газодинамических проявлений, является напряженное состояние угленосного массива и геологические нарушения как проявления этого состояния [1-3]. Тектоника играет особую роль при разработке угольных месторождений. Она создает в земной коре локальные зоны резкой изменчивости прочностных, деформационных, коллекторских и других физических свойств горного массива. В условиях естественного залегания угленосных толщ благодаря этому образуется неравномерное напряжение состояния отдельных зон и участков, перераспределяются запасы подземных вод, образуются зоны накопления угольных газов. При вскрытии горными выработками участков развития складчатой и разрывной тектоники происходят различные газодинамические и динамические явления – вывалы и обрушение кровли, прорывы воды и газа, газовые суфляры, выбросы угля, пород и газа. До 90 % всех